Allegato 7: Soluzioni delle consegne fase 2

**Figure generate dal modello e casi limite**

|  |  |
| --- | --- |
| 90°  A  C  C  B | Si formano solo triangoli isosceli tra cui infiniti ottusangoli (rossi), uno rettangolo (nero), uno equilatero (verde) e infiniti acutangoli (blu). Non si formano triangoli scaleni, in quanto l’incisione rappresenta un asse di simmetria, elemento di cui tali triangoli non sono dotati.  Il modello presenta una posizione limite, quella in cui il vertice C appartiene alla base; il triangolo è degenerato in segmenti sovrapposti. Traslando il vertice nel verso opposto alla base il modello indica una nuova posizione limite, quella in cui C è arrivato all’altra estremità dell’incisione. È però possibile superare i limiti fisici del modello e pensare di poter traslare il vertice all’infinito, dove troveremo l’altro caso limite. |

**Lati**

Un lato non modifica mai la sua misura, gli altri due diminuiscono quando il vertice mobile viene traslato verso la base e aumentano se la traslazione avviene nel verso opposto.

Rimane costante il rapporto tra le misure dei lati variabili che è sempre 1:1. In una particolare posizione tutti i lati sono congruenti. Gli infiniti triangoli generati dal modello hanno quindi sempre almeno due lati congruenti. È questa costante che ci consente di individuare l’insieme di cui si tratta, di definire le figure che si formano e di stabilire la relazione di inclusione tra insiemi.

**Angoli**

Tutti gli angoli modificano la loro misura; quando il vertice C trasla verso la base gli angoli ad essa adiacenti diminuiscono e quello al vertice aumenta; se la traslazione ha verso opposto avviene il contrario.

Anche in questo caso, pur nella variazione, c’è una costante che non si riferisce alle misure di ciascun angolo ma al loro rapporto: gli angoli alla base sono sempre congruenti (rapporto 1:1). Osserviamo ancora che l’angolo C dalla posizione limite in cui misura 180° passa ad infinite posizioni in cui è ottuso e poi ad infinite in cui è acuto; deve pertanto esistere una posizione in cui è retto, che rappresenta l’elemento di separazione tra angoli acuti ed ottusi. Con il supporto di questo modello è possibile approfondire la questione della somma degli angoli interni di un triangolo, arricchendola di un grande numero di osservazioni.



Man mano che il vertice C trasla lungo la retta a cui appartiene l’altezza CH si osserva che tutti e tre gli angoli modificano la loro misura. Se la traslazione avviene verso la base i due angoli ad essa adiacenti diminuiscono e l’angolo al vertice aumenta. Se la traslazione ha verso opposto avviene il contrario. Non è possibile però, in base a questa osservazione, affermare che v’è compensazione, cioè che ciò che perdono due angoli viene acquistato dal terzo. La relazione che lega i tre angoli è però facilmente intuibile osservando i casi limite: quando il vertice C va a cadere sulla base e quando si allontana da essa indefinitamente. Nella prima posizione l’angolo C è di 180° e gli altri due di 0° e ciò è direttamente osservabile nel modello. Il caso in cui invece il punto C trasla all’infinito ci costringe a staccarci dall’esperienza materiale e ad affidarci solo al pensiero. Poiché gli angoli alla base aumentano progressivamente si può affermare che essi tendono a 90°. L’angolo al vertice, invece, la cui misura diminuisce, tende a 0°. Nei casi limite, dunque, la somma degli angoli interni è di 180° e ragionevolmente si può ritenere che ciò sia vero sempre.

**Area e perimetro**

L’area aumenta progressivamente man mano che il vertice C trasla nel verso opposto alla base, il suo minimo è 0 mentre il massimo è all’infinito. Anche il perimetro subisce le medesime variazioni, ma il suo minimo è il doppio della base.